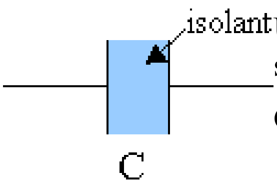
Fiche réalisée par P.Bourton

Pour en savoir plus http://montblancsciences.free.fr

Chap 07 - Dipôle RC

I) Le condensateur :

1) Définition :



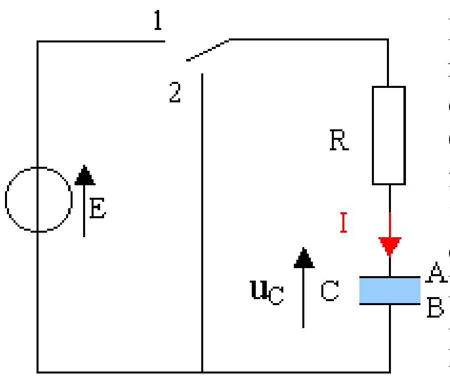
Un condensateur (symbole C) est constitué de deux armatures métalliques, séparés par un isolant (diélectrique).

Cet isolant est appelé diélectrique (air, mica, céramique, Téflon, polyester…).

Un circuit série comportant un condensateur est un circuit ouvert, l'isolant ne laisse pas passer le courant . Un condensateur doit être utilisé en courant variable ou en régime transitoire.

Des électrons peuvent s'accumuler sur une des armatures qui se charge négativement et à distance, ils repoussent ceux de l'autre armature qui se charge positivement. La charge globale du condensateur reste nulle. Les charges des armatures ont la même valeur et un signe opposé.

2) Fonctionnement du condensateur :



Lorsqu'on réalise un circuit série avec un condensateur, une résistance et un générateur, on observe un courant transitoire d'intensité i.
On choisit un sens positif du courant et on l'indique par une flèche sur le circuit.
Si le courant circule dans le sens positif choisi, son intensité est comptée positivement sinon elle est comptée négativement.
L'intensité est une grandeur algébrique.

Ici, lorsque l'interrupteur est en position 1, le courant circule dans le sens positif choisi, les électrons circulent de l'armature A à l'armature B, A se charge positivement, la charge q_A positive augmente et B se charge négativement, q_B augmente en valeur absolue. $q_B = -q_A$.

Le condensateur se charge.

Lorsque l'interrupteur est en position 2, le courant circule dans le sens négatif, le condensateur se décharge, q_A et $|q_B|$ diminuent.

Rappel : En convention récepteur , la tension u_C aux bornes du condensateur est opposée à l'orientation du courant.

3) Relations fondamentales pour un condensateur :

a) Relation entre charge du condensateur et intensité :

L'intensité d'un courant constant peut être définir comme le débit de charge, la quantité de charge traversant une section de conducteur par unité de temps : $i = q / t$ (q en coulombs(C) et t en s).

Dans le cas d'un courant variable, avec la convention récepteur on a : $i = dq / dt$

Remarque: Cette relation est valable quelque soit le sens de circulation du courant.

b) Relation entre charge du condensateur et tension à ses bornes :

Un condensateur de capacité C soumis à une tension u_C prend une charge q telle que :

$q = C.u_C$ avec q en coulombs(C) , u_C en volts(V) et C en farads(F)

Remarque: 1 F représente une très grande capacité, on utilise souvent des sous multiples

$1mF = 10^{-3}F$, $1\mu F = 10^{-6}F$, $1nF = 10^{-9}F$ (nanofarad) et $1pF = 10^{-12}F$ (picofarad).

c) Relation entre intensité et tension :

$i = dq/dt$ et $q = C.u_C$; $dq/dt = C.du_C/dt$; $i = C.du_C/dt$

d) Energie stockée dans un condensateur :

Un condensateur emmagasine de l'énergie lorsqu'on le charge et peut la restituer en se déchargeant si on le branche à un circuit.

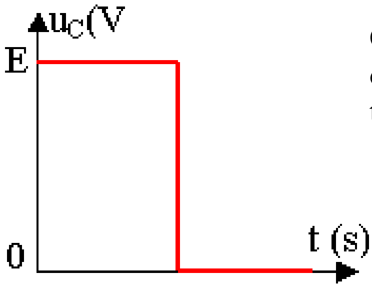
Un condensateur de capacité C de tension u_C a emmagasinée une énergie E_C :

$E_C = ½ C.u_C^2$ avec C en farads(F) , u_C en volts(V) et E_C en joules(J)

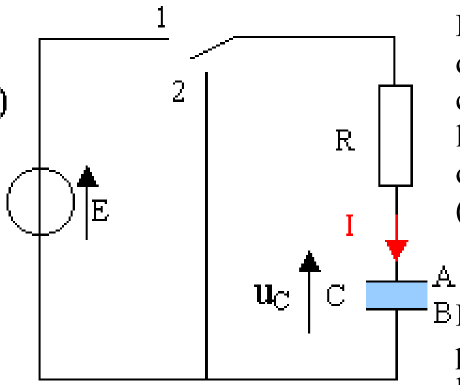
II) Etude d'un dipôle RC soumis à un échelon de tension :

1) Etude expérimentale de la charge d'un condensateur :

Un dipôle est soumis à un échelon de tension si la tension électrique appliquée à ses bornes passe brusquement de 0 à une tension constante E, ou inversement si la tension électrique appliquée passe brusquement de la valeur E à la valeur 0.

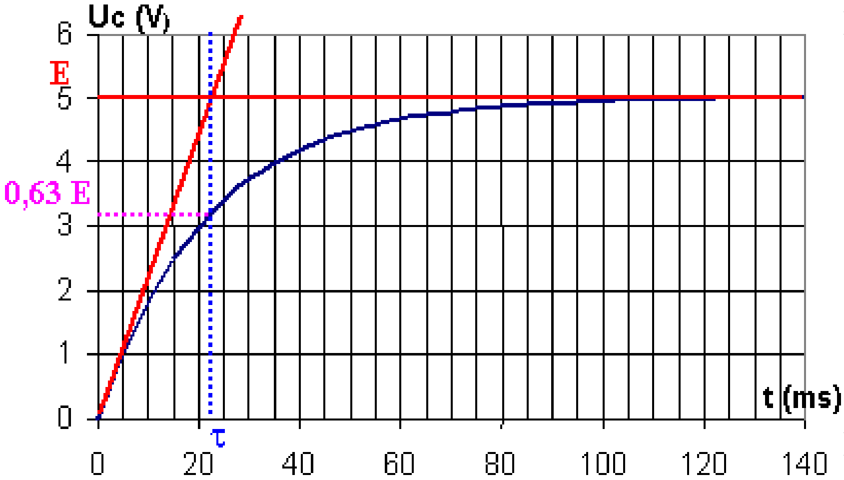


On associe en série un condensateur de capacité C et un conducteur ohmique de résistance R (dipôle RC) et on les soumet à un échelon de tension.



L'évolution de la tension aux bornes du dipôle ohmique ou aux bornes du condensateur peut être visualisée à l'aide d'un oscilloscope à mémoire ou d'ordinateur muni d'une interface (T.P.)

L'évolution de l'intensité du courant peut être visualisée à l'aide de l'ordinateur. On mesure la tension u_R aux bornes du dipôle ohmique puis, en tenant compte de la loi d'Ohm (u_R=R x i), l'ordinateur calcule et trace la courbe i = u_R / R.



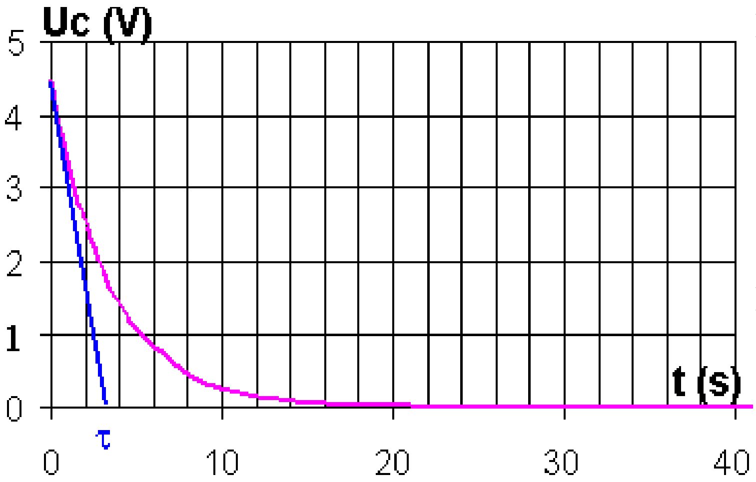
- Lorsque l'interrupteur K est placé en position 1, le condensateur se charge, sa tension croît plus ou moins rapidement (régime transitoire) pour atteindre la valeur de la tension imposée par le générateur de tension constante E (régime permanent), l'intensité du courant s'annule.
- Les paramètres influençant la rapidité de cette évolution sont la résistance R et la capacité C.

E n'a aucune influence sur cette rapidité d'évolution.

- Plus R est grande, plus u_C met de temps pour tendre vers E.
- Plus C est grande, plus u_C met de temps pour tendre vers E.

- La durée $\tau = R.C$ est caractéristique de l'évolution du système.
  τ donne un ordre de grandeur du temps que met la tension u_C pour atteindre la valeur E.
  On considère alors que le condensateur est chargé.
- τ peut être déterminé graphiquement par 2 méthodes différentes:
  - Méthode de la tangente à l'origine :
    τ temps où la tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale (u = E).
  - Méthode des 63% : τ temps correspondant à $u_C = 0{,}63$ E

2) Etude expérimentale de la décharge d'un condensateur :

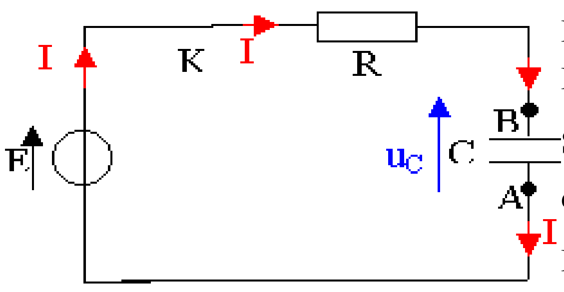


- Lorsque l'interrupteur K est placé en position 2, le condensateur se décharge à travers la résistance, sa tension décroît plus ou moins rapidement (régime transitoire) jusqu'à s'annuler (régime permanent), l'intensité du courant s'annule.
- Les paramètres influençant la rapidité de cette évolution sont la résistance R et la capacité C.
  La durée $\tau = R.C$ est caractéristique de l'évolution du système.
- τ donne un ordre de grandeur du temps que met la tension u_C pour s'annuler.
  On considère alors que le condensateur est déchargé.
- τ peut être déterminé graphiquement par 2 méthodes différentes:
  - Méthode de la tangente à l'origine :
    τ temps où la tangente à l'origine coupe l'asymptote horizontale (u = 0).
  - Méthode des 37% : τ temps correspondant à $u_C = 0{,}37$ E

3) Etude théorique de la charge d'un condensateur :

On cherche à retrouver les résultats expérimentaux en utilisant les lois d'électricité du circuit.

* On cherche l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C :



Loi d'additivité des tensions du circuit : : $u_R + u_C = E$

Loi d'Ohm pour la résistance : $u_R = R . i$

Selon la convention récepteur : $i = dq / dt$

$q = C.u_C \Rightarrow dq/dt = C.du_C/dt$ et $u_R = R.C.du_C/dt$.

Equation différentielle : $R.C.du_C/dt + u_C = E$ (1)

* Solution de l'équation différentielle précédente :

On ne cherche pas de résoudre ces équations différentielles (trouver la fonction $u_C = f(t)$ vérifiant l'équation) mais à définir la fonction $u_C = a.e^{-t/\tau} + b$ (où a, b et τ sont des constantes) solution de l'équation différentielle.

$du_C/dt = -(a/\tau).e^{-t/\tau}$. L'équation différentielle (1) : $-R.C.(a/\tau).e^{-t/\tau} + a.e^{-t/\tau} + b = E$

$\Rightarrow a.e^{-t/\tau}.(1 - R.C/\tau) + b = E$

Cette équation est vérifiée quelque soit la date t si : $b = E$ et $1 - R.C/\tau = 0 \Rightarrow \tau = R.C$

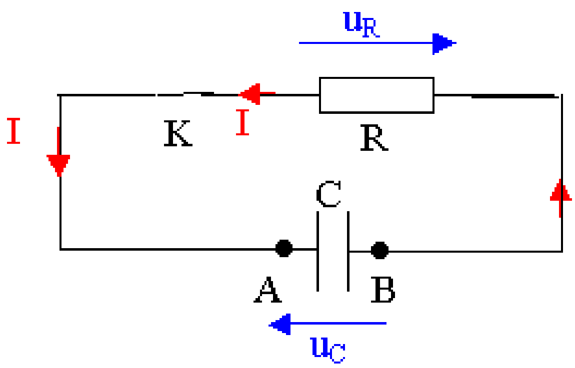
(car b et E sont des constantes et $e^{-t/\tau}$ est variable, il faut donc annuler $1-R.C/\tau$ et alors $b = E$)

On a donc : $u_C = a.e^{-t/RC} + E$

Pour déterminer a, on utilise la valeur de u_C à l'instant $t = 0$ s.
A $t = 0$ s, $u_C = 0$ V alors $0 = a + E \Rightarrow a = -E$.

Solution de l'équation différentielle lors de la charge : $u_C = E.(1 - e^{-t/RC})$.

4) Etude théorique de la décharge d'un condensateur :



Le courant circule dans le sens négatif dans la convention récepteur.

Loi d'additivité des tensions du circuit : $u_R + u_C = 0$

Loi d'Ohm pour la résistance : $u_R = R.i$

Selon la convention récepteur : $i = dq/dt$

$q = C.u_C \Rightarrow dq/dt = C.du_C/dt$ et $u_R = R.C.du_C/dt$.

Equation différentielle : $R.C.du_C/dt + u_C = 0$.

* Solution de l'équation différentielle précédente :

On cherche à définir la fonction $u_C = a.e^{-t/\tau} + b$ (où a, b et τ sont des constantes) solution de l'équation différentielle.

$du_C/dt = -(a/\tau).e^{-t/\tau}$. L'équation différentielle (1) : $-R.C.(a/\tau).e^{-t/\tau} + a.e^{-t/\tau} + b = 0$

$\Rightarrow a.e^{-t/\tau}.(1 - R.C/\tau) + b = 0$

Cette équation est vérifiée quelque soit la date t si : $b = 0$ et $1 - R.C/\tau = 0 \Rightarrow \tau = R.C$

On a donc : $u_C = a.e^{-t/RC}$

Pour déterminer a, on utilise la valeur de u_C à l'instant $t = 0$ s.
A $t = 0$ s, $u_C = E$ alors $a = E$.

Solution de l'équation différentielle lors de la décharge : $u_C = E.e^{-t/RC}$.

5) Etude de l'intensité dans chaque phase :

On peut faire la même démarche que précédemment en cherchant l'intensité :

Dans les deux cas (charge ou décharge), d'après la loi d'Ohm on a : $i = u_R / R$

* Cas de la charge : $u_R = E - u_C$; $i = (E - u_C) / R = (E - E + E.e^{-t/RC}) / R = (E / R).e^{-t/RC}$

L'intensité du courant de charge décroît aux cours de la charge, de la valeur $i_0 = E / R$ à une valeur proche de 0.

Plus la phase de charge avance plus il est difficile de charger le condensateur.

* Cas de la décharge.: $u_R = - u_C \Rightarrow i = - u_C / R = - E.e^{-t/RC} / R$

Le courant circule dans le sens négatif et croît de la valeur $i_0 = -E / R$ à une valeur proche de 0.

6) Dimension de la constante de temps τ du dipôle RC :

$[RC] = [R].[C]$ or $R = U / I \Rightarrow [R] = [U].[I]^{-1}$

$C = q / u \Rightarrow [C] = [Q]/[U] \Rightarrow [C] = [I].[t]/[U]$

$$[RC]=[U].[I]^{-1}.[I].[t].[U]^{-1} \Rightarrow [RC] =[t]$$

$\tau = R.C$ a la dimension d'une durée, est appelé constante de temps du dipôle RC et s'exprime en seconde (si R est en ohm (Ω) et C en farad (F)).

7) Variation de la tension aux bornes d'un condensateur :

La tension aux bornes d'un condensateur ne subit pas de brusque variation, c'est une fonction continue du temps.

Fiche réalisée par P.Bourton

Pour en savoir plus http://montblancsciences.free.fr