Fiche réalisée par P.Bourton

Pour en savoir plus http://montblancsciences.free.fr

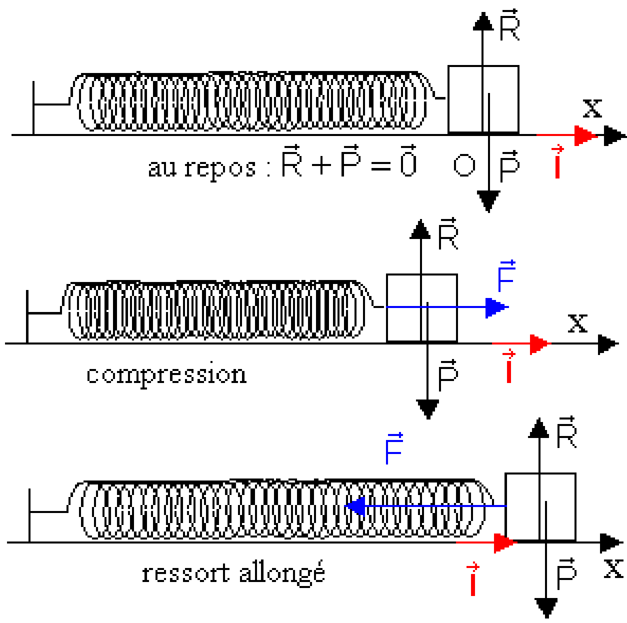
Chap 15 - Le dispositif solide-ressort

I) Force de rappel exercée par un ressort :

Un ressort exerce sur un solide une force de rappel F proportionnelle à son allongement $L-L_0 = x$:

$F = k\,|L - L_0| = k\,|x|$ où k est le coefficient de raideur du ressort exprimé en $N.m^{-1}$.

Si le ressort est comprimé, F est vers le solide, s'il est détendu, F est vers le ressort.



Expression vectorielle : On choisit un vecteur normé i .

Si $x < 0$, F et i sont dans le même sens , si $x > 0$, F et i sont de sens contraire : F = - k.x.i

II) Oscillateur élastique libre non amorti :

Un oscillateur élastique est constitué d'un ressort fixé, reliée à un solide. En l'absence de frottement, cet oscillateur élastique est non amorti.

On étudie les oscillations libres du solide de masse m lorsque, après l'avoir écarté de sa position de repos, on l'abandonne à lui-même.

On suppose que le ressort de coefficient de raideur k a une masse négligeable.

On applique la $2^{ème}$ loi de Newton dans le référentiel galiléen terrestre au système oscillateur de masse m.

On associe au référentiel un repère orthonormé : O, i , j .

O est la position du centre d'inertie du solide à l'équilibre et M sa position à un instant t.

Forces exercées sur le système :

P : poids du solide. P = m.g , vertical vers le bas

R : action normale de la piste sur le solide, perpendiculaire au plan vers le haut.

F : action du ressort sur le solide, dans l'axe du ressort (force de rappel) : $F = -k\,\overrightarrow{OM} = -k.x\,i$

Ici, on néglige les frottements.

2ème loi de Newton : $F_1 + F_2 + F_3 + \ldots = m\,a_G$ $\quad\quad$ $P + R + F = m\,a$

Projection sur l'axe (O, i) : $0 + 0 - k.x = m.x'' \Rightarrow m.x'' + k.x = 0 \Rightarrow x'' + k/m.x = 0$

C'est une équation différentielle du second ordre, à coefficients constants, sans second membre.

Soit $x = x_m \cos(2\pi\, t / T_0 + \phi_0)$ où To est la période propre de l'oscillateur élastique ;

ϕ_0 phase à l'origine.

Cette expression est-elle solution de l'équation différentielle du mouvement ?

* vitesse : $x' = -x_m\, 2\pi/T_0 \sin(2\pi\, t / T_0 + \phi_0)$; accélération : $x'' = -x_m\, 4\pi^2/T_0^2 \cos(2\pi\, t/T_0 + \phi_0)$

$0 = x'' + k / m.x = -x_m\, 4\pi^2/T_0^2 \cos(2\pi\, t / T_0 + \phi_0) + k / m\, x_m \cos(2\pi\, t / T_0 + \phi_0)$

$0 = (-4\pi^2/T_0^2 + k / m)\, x_m \cos(2\pi\, t / T_0 + \phi_0)$; $-4\pi^2 / T_0^2 + k / m = 0$; $T_0 = 2\,\pi \sqrt{(m / k)}$

Conclusion : La solution de l'équation différentielle du mouvement $x'' + k/m\, x = 0$ est :

$x = x_m \cos(2\pi\, t / T_0 + \phi_0)$ avec la période propre $T_0 = 2\,\pi \sqrt{(m / k)}$; $f_0 = 1 / T_0$

Les oscillations libres d'un oscillateur élastique non amorti sont donc sinusoïdales.

Equation horaire : il faut définir x_m et ϕ_0 en tenant compte des conditions initiales.

A t = 0 s , $x = x_m \cos \phi_0 = x_0$. Souvent , $v_{x0} = 0 = -\,2\,\pi / T_0 .\sin \phi_0$, on a donc $\phi_0 = 0$ ou π .

$\Rightarrow$ si $\phi_0 = 0$, $x_m = x_0$. si $\phi_0 = \pi$, $x_m = -\,x_0$ (impossible $x_0 > 0$). Solution : $x = x_0 \cos(2\pi\, t / T_0)$

Remarque : Si on tient compte des forces de frottements pour les faibles vitesses : $f = -\,k'\,v$

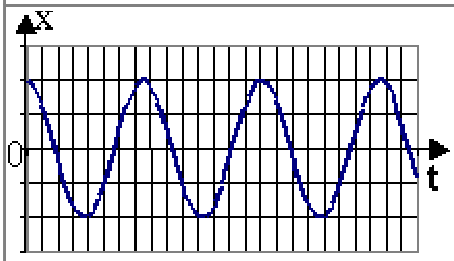
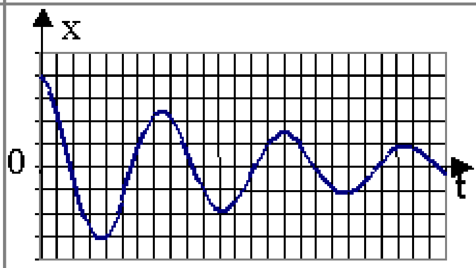
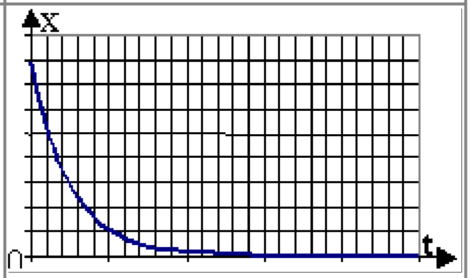
Elle s'oppose au déplacement. L'équation différentielle devient : $x'' + k'/m.x' + k/m.x = 0$

La solution de cette équation n'est pas au programme de Term S

III) Oscillateur libre amorti par frottement visqueux :

Avec de faibles frottements, l'amplitude des oscillations diminue.

Si les frottements sont importants, l'oscillateur élastique, écarté de sa position d'équilibre puis lâché , revient vers sa position d'équilibre sans osciller.

aucun frottement	frottements faibles	frottements importants
		
régime périodique	régime pseudo périodique	régime apériodique

Avec des frottements, l'énergie mécanique du système masse-ressort ne se conserve plus, elle diminue et se dissipe en chaleur .

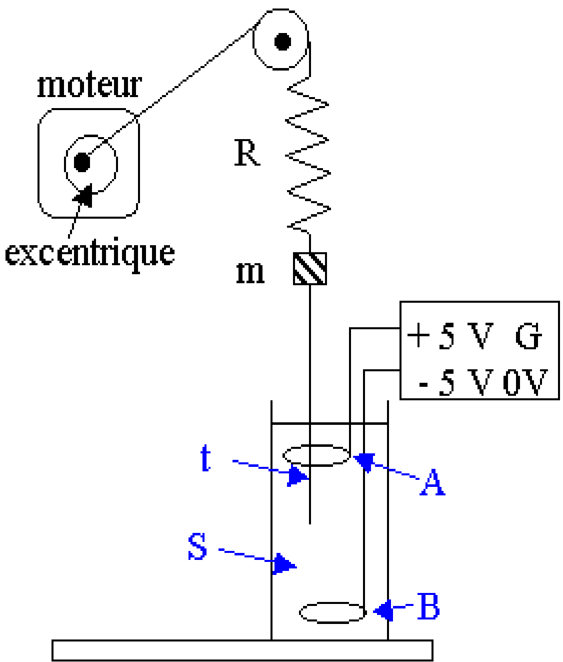
<u>Oscillations entretenues</u> : Malgré les frottements on peut conserver une amplitude constante à l'aide d'un dispositif d'entretien des oscillations qui fournit à l'oscillateur une énergie pour compenser les pertes d'énergie à une fréquence où se produiraient les oscillations si l'oscillateur n'était ni amorti ni entretenu , c'est la fréquence propre de l'oscillateur élastique.

IV) Oscillations forcées d'un oscillateur élastique :

1) Définition :

Un oscillateur, de fréquence propre $f_0 = 1 / T_0$, subit des oscillations forcées s'il oscille à une fréquence f imposée par un appareil extérieur appelée excitateur.

Le haut-parleur est un exemple d'oscillations forcées. La membrane est mise en vibration par une force magnétique qui a la fréquence f du courant délivré par le générateur (GBF) qui est ici l'excitateur.



Lire p 302 : Un pont détruit par oscillations forcées.

2) Etude expérimentale :

Le résonateur étudié est l'oscillateur élastique dont les oscillations seraient amorties par frottements.

Le dispositif en dessous permet d'enregistrer la position de l'oscillateur grâce à une interface informatique.

Grâce à un moteur, on lui applique une force motrice extérieure, de période T pouvant être différente de la période propre $T_0 = 2\pi \, \square (m / k)$ de l'oscillateur.

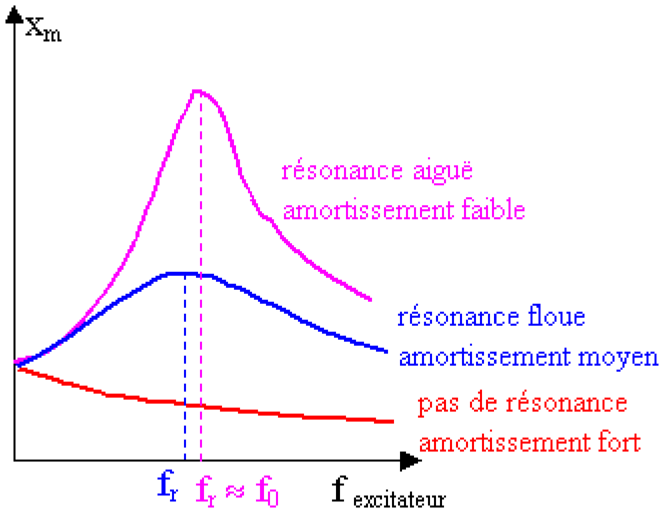
L'excitateur (moteur), de fréquence réglable, impose sa fréquence f au résonateur.

On change la fréquence f de l'excitateur et on mesure l'amplitude des oscillations du résonateur.

L'amplitude du résonateur passe par un maximum pour une fréquence particulière f_r imposée par l'excitateur (fréquence de résonance).

Cette fréquence de résonance f_r est proche de la fréquence propre f_o du résonateur si l'amortissement est faible.

La courbe donnant les variations de l'amplitude des oscillations du résonateur en fonction de la fréquence imposée par l'excitateur s'appelle courbe de résonance.



Influence de l'amortissement : Si l'amortissement augmente (solide dans des liquides visqueux), la fréquence de résonance diminue et la résonance devient plus floue. Il n'y aurait plus de résonance si l'amortissement devenait très important.

Remarques : On retrouve des analogies avec les oscillations forcées d'un pendule simple

Le phénomène de résonance s'observe pour d'autres types d'oscillations, notamment les oscillations électriques ou optiques.

©Sciences Mont Blanc

Fiche réalisée par P.Bourton

Pour en savoir plus http://montblancsciences.free.fr