Fiche réalisée par P.Bourton

Pour en savoir plus http://montblancsciences.free.fr

Chap 16 - Aspects énergétiques

I) Travail :

Des objets soumis à une force peuvent être mis en mouvement, changer d'altitude, de direction, se déformer temporairement ou définitivement, voir leur température s'élever.

1) Travail d'une force :

a) Travail d'une force constante sur un déplacement rectiligne:

Une force constante conserve les même sens, direction et intensité au cours du temps.

Définition : Dans un référentiel donné, le travail d'une force constante $\vec{F}$ appliquée à un solide qui se déplace de A à B en ligne droite est donné par : $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F.AB.\cos(\vec{F}, \overrightarrow{AB})$

F : norme de $\vec{F}$ et AB norme de $\overrightarrow{AB}$, $(\vec{F}, \overrightarrow{AB}) = \alpha$ (en radian ou en degré)

$$W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F . AB . \cos\alpha$$

Unités : Intensité F en newton (N) , Distance AB en mètre (m) , travail W_{AB} en joule (J)

Travail moteur, résistant ou nul :

Le signe du travail $W_{AB}(\vec{F}) = \vec{F}.\overrightarrow{AB} = F . AB . \cos\alpha$ est celui de cos .α

F et AB sont positifs alors que la valeur de cos α est comprise entre - 1 et + 1.

- Si l' angle $\alpha = (\vec{F}, \overrightarrow{AB}) < 90°$ alors $\cos\alpha > 0$ et $W_{AB}(\vec{F}) > 0$. Le travail est moteur.
- Si l' angle $\alpha = (\vec{F}, \overrightarrow{AB}) > 90°$ alors $\cos\alpha < 0$ et $W_{AB}(\vec{F}) < 0$. Le travail est résistant.
- Si l' angle $\alpha = (\vec{F}, \overrightarrow{AB}) = 90°$ alors $\cos\alpha = 0$ et $W_{AB}(\vec{F}) = 0$ J. Le travail est nul.

Une force perpendiculaire à la trajectoire ne fournit aucun travail.

b) Travail d'une force variable et d'un déplacement quelconque.

Lors du déplacement quelconque de A vers B du point d'application d'une force $\vec{F}$ variable, cette dernière peut être considérée comme restant pratiquement constante lors d'un déplacement élémentaire (entre deux points très voisins). Pour cet élément de trajet, le travail élémentaire effectué par la force $\vec{F}$ est : $\delta W = \vec{F}.\vec{dl}$

Le travail effectué par la force entre les points A et B : $W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \delta W = \int_A^B \vec{F}.\vec{dl}$

<u>Remarque</u> : Cas où $\vec{F}$ reste constant. $W_{AB}(\vec{F}) = \int_A^B \vec{F}.\vec{dl} = \vec{F}.\int_A^B \vec{dl} = \vec{F}.\overrightarrow{AB}$

Le travail d'une force constante, entre deux points A et B, est indépendant du chemin parcouru.

2) Travail du poids :

Considérons un déplacement quelconque du solide de A à B :

Dans un repère (O, $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$), $\overrightarrow{AB}(x_B - x_A, y_B - y_A, z_B - z_A)$, $\vec{P}(0, 0,-P)$

Le travail d'une force constante, entre deux points A et B, est indépendant du chemin parcouru.

$\vec{P}$ est une force constante. $W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}\,.\,\overrightarrow{AB}$.

$W_{AB}(\vec{P}) = \vec{P}.\overrightarrow{AB} = 0.(x_B - x_A) + 0.(y_B - y_A) - P.(z_B - z_A) = - m.g.(z_B - z_A) = m.g.(z_A - z_B)$

Le travail du poids d'un solide ne dépend que des altitudes des points de départ et d'arrivée .
Il ne dépend pas du chemin suivi pour aller de A vers B.
On peut aussi utiliser la dénivellation h entre A et B. $h = |z_A - z_B|$ (h est positive)

$$W_{AB}(\vec{P}) = m.g.(z_A - z_B) = \pm\, m.g.h$$

Si le solide monte, le travail du poids est négatif, résistant. Si le solide descend, il est moteur.

3) Travail d'une force extérieure appliquée à un ressort :

On exerce une force $\vec{F}_e$ extérieure sur le ressort de longueur à vide L_0 . $\vec{F}_e = - \vec{F}_r$ ($\vec{F}_r$ (ressort))

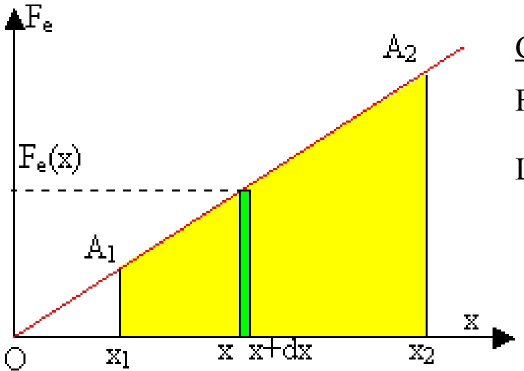
F_e est proportionnelle à l'allongement x du ressort : $\vec{F}_e = k\,\overrightarrow{OM} = k.x\,\vec{i}$ (k : raideur du ressort)

On considère un trajet très petit, $\vec{dl} = dx\,\vec{i}$. Le travail s'écrit : $\delta W_e = \vec{F}_e.\vec{dl} = k.x.dx$

Le travail $W(F_e)$ pour passer de l'allongement x_1 à x_2 :

<u>Calcul par intégration</u> : $W(F_e) = \int_{x1}^{x2} k.x.dx = [\,½\,k.x^2]_{x1}^{x2} = ½\,k.(x_2^2 - x_1^2)$

Unités : W en joule (J) , k en $N.m^{-1}$, x en mètre (m)



<u>Calcul par méthode graphique :</u>

$F_e = k.x$. La courbe de F_e en fonction de x est une droite.

Le travail élémentaire $\delta W_e = k.x.dx$ de la force $\vec{F}_e$ pour allonger le ressort de x à x+dx représente l'aire verte du rectangle de côtés $F_e(x)$ et dx. Celle-ci est extrêmement proche de l'aire sous la droite $F_e(x)$ entre x et x+dx car dx est extrêmement petit.

Le travail $W(F_e)$ entre l'allongement x_1 et x_2 , est égal à la somme des travaux élémentaires δW_e . Il est donc très proche de l'aire S du trapèze jaune, qui est égale à la différences entre les aires S_2 ,S_1 des triangles OA_2x_2 et OA_1x_1 .

$W(F_e) = S = S_2 - S_1 = (\frac{1}{2} x_2 \,.\, kx_2) - (\frac{1}{2} x_1 \,.\, kx_1) = \frac{1}{2} k.(x_2^2 - x_1^2)$

Remarque : $F_r = - F_e$; $W(F_r) = - W(F_e) = \frac{1}{2} k.(x_1^2 - x_2^2)$

II) Energie potentielle :

1) Energie potentielle de pesanteur : (Rappel 1e S)

On appelle énergie potentielle de pesanteur Epp d'un solide S de masse m situé à l'altitude z_B la quantité. $Epp_B = m \,.\, g \,.\, z_B$

Epp_B en joules (J) , m : masse en kg , z_B : altitude du solide en mètres

2) Energie potentielle élastique : (cas d'un ressort)

On appelle énergie potentielle élastique Ep él d'un solide S de masse m d'allongement x :

$$Ep\ él = \frac{1}{2} k.x^2$$

Unités : Ep él en joules (J) , m masse en kg , x : allongement algébrique du ressort en mètres (m)

III) Energie cinétique :

1) Définition : (Rappel 1e S)

L'énergie cinétique d'un solide indéformable de masse m , est l'énergie qu'il possède du fait de son mouvement .

Pour un solide en <u>translation</u> à la vitesse v_G : $Ec = \frac{1}{2} m.v_G^2$

Unités : Ec en joules (J) , m masse en kg , v_G vitesse en $m.s^{-1}$.

2) Théorème de l'énergie cinétique

La variation d'énergie cinétique d'un solide en translation dans un référentiel galiléen, entre deux positions A et B, est égale à la somme des travaux des forces extérieures appliquées au solide entre le positions A et B.

$$\Delta Ec = Ec(B) - Ec(A) = \Sigma\, W_{AB}(\vec{F}_{ext})$$

IV) Energie mécanique :

1) Définition :

L'énergie mécanique d'un solide est la somme de son énergie cinétique et de son énergie potentille

$$Em = Ec + Ep$$

2) Cas de la chute libre : (rappel)

On a étudié ce cas en 1^e S.

$E_c(B) - E_c(A) = W_{AB}(\vec{P}) = m.g.(z_A - z_B) = E_{pp}(A) - E_{pp}(B)$

Em(A) = Em(B). L'énergie mécanique se conserve.

Il y a donc un transfert d'énergie : une partie de l'énergie potentielle de pesanteur est convertie en énergie cinétique.

3) Energie mécanique du système solide-ressort :

x est la position du centre d'inertie du solide et l'allongement du ressort. La vitesse du solide v = x'

On a vu dans le chap 17 : $m.x'' + k.x = 0$. on multiplie par x' $\Rightarrow$ $m.x''.x' + k.x.x' = 0$.

On va prendre l'expression de la primitive des 2 membres de l'équation :

$Ec = \frac{1}{2}\, m.v^2 = \frac{1}{2}\, m.x'^2$; $dEc/dt = \frac{1}{2}\, m.(2\, x'.x'') = m.x'.x''$

Puisque la dérivée de Ec est m.x'.x'', la primitive de m.x'.x'' est Ec + cste

$Ep\ él = \frac{1}{2}\, k.x^2$; $dEp\ él/dt = k.x.x'$

Puisque la dérivée de Ep él est k.x.x', la primitive de k.x.x' est Ep él + cste

La primitive de 0 est une constante.

$m.x''.x' + k.x.x' = 0 \Rightarrow (Ec + cste) + (Ep\ él + cste) = cste$

On a donc : Ec + Ep él = cste pour le système solide-ressort

En fait, l'énergie cinétique du solide se transforme en énergie potentielle du ressort et inversement.

$$Em = \frac{1}{2}\, k.x_m^2 = \frac{1}{2}\, m.v_m^2 = \frac{1}{2}\, k.x^2 + \frac{1}{2}\, m.v^2$$

4) Energie mécanique d'un projectile :

Un projectile S est lancé avec un vecteur vitesse $\vec{v}_0$ dans un champ de pesanteur terrestre.

(voir chap 13) : $m\,\vec{a} = \vec{P} = m\,\vec{g} \Rightarrow m.x'' = 0$ (1) et $m.z'' = - m.g$ (2). On cherche les primitives.

* on multiplie (1) par x' : $m.x'.x'' = 0$. $Ec_x = \frac{1}{2}\, m.x'^2$; $dEc/dt = m.x'.x''$

La primitive de m.x'.x" est donc Ec_x+cste. Celle de 0 est une constante $\Rightarrow$ Ec_x + cste = cste

soit $Ec_x = ½m.v_x^2$ = cste

* m.z"+mg = 0 (2), on multiplie par z' $\Rightarrow$ m.z".z'+m.g.z' = 0

$Ec_z = ½\ m.v_z^2 = ½\ m.z'^2$; $dEc_z/dt = ½\ m.2z'.z" = m.z'.z"$

La primitive de m.z'.z" est Ec_z + cste , celle de m.g.z' est m.g.z + cste et celle de 0 est une cste.

$½\ m.v_z^2$ + cste + m.g.z + cste = cste $\Rightarrow$ $½m.v_z^2$ + m.g.z = cste

* Ajoutons les 2 résultats : $½m.v_x^2 + ½m.v_z^2$ + m.g.z = cste. ; $½\ m\ (v_x^2+v_z^2)$ + m.g.z = cste.

Or $v^2 = (v_x^2+v_z^2)$. On a donc : $½\ m.v^2$ + m.g.z = cste , soit Ec + Epp = Em = cste.

L'énergie mécanique du projectile se conserve.