

Le candidat traitera obligatoirement trois exercices

OBLIGATOIREMENT L'exercice 1 et l'exercice 2

AU CHOIX : L'exercice 3 ou l'exercice 4.

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

L'attention des candidats est attirée sur le fait que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entrent pour une part importante dans l'appréciation des copies.

∞ Baccalauréat L Antilles–Guyane juin 2004 ∞

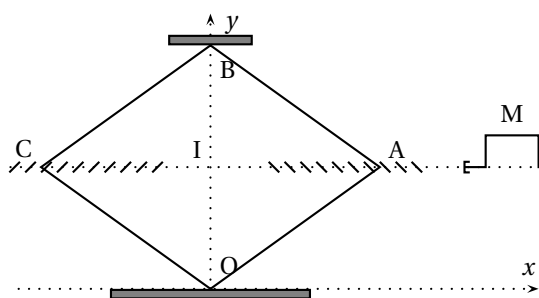
EXERCICE 1 OBLIGATOIRE

7 points

La figure ci-contre est le schéma d'un cric de voiture.

Celui-ci est constitué d'un losange déformable OABC, le point O étant le point d'appui sur le sol et le point B étant le point par lequel la voiture est soulevée.

Lorsqu'on tourne la manivelle M, les écrous A et C se rapprochent (ou s'éloignent), ce qui fait monter (ou descendre) l'appui B, selon l'axe (Oy).



On donne : $OA = OC = AB = BC = 25$ cm

Dans le repère orthonormal (Oxy) d'unité un centimètre, x_A désigne l'abscisse du point A et varie de 0 à 25.

L'ordonnée du point B est notée y_B . Pour $x_A = 0$, on a : $y_B = 50$ et pour $x_A = 25$ on a : $y_B = 0$.

Pour que le cric fonctionne correctement, il faut $x_A > 6$ et $y_B > 10$.

- En utilisant le théorème de Pythagore dans le triangle AIB, trouver une relation entre x_A et y_B et vérifier que $y_B = 2\sqrt{625 - x_A^2}$.
 - En utilisant la relation trouvée à la question a., calculer la valeur de x_A lorsque y_B est égal à 10, puis la valeur de y_B lorsque x_A est égal à 6.
- On considère la fonction f définie pour x appartenant à l'intervalle $[0; 25]$ par

$$f(x) = 2\sqrt{625 - x^2}.$$

On admettra qu'une fonction de type \sqrt{u} où u est une fonction définie et positive sur un intervalle, a le même sens de variation que u sur cet intervalle.

- Déterminer la dérivée u' de la fonction u définie sur l'intervalle $[0; 25]$ par $u(x) = 625 - x^2$. Étudier le signe de $u'(x)$ quand x varie entre 0 et 25. En déduire le sens de variation de la fonction u sur l'intervalle $[0; 25]$.
- En déduire le tableau de variations de la fonction f . On précisera les valeurs de la fonction aux bornes de l'intervalle.
- Tracer la courbe (Γ) représentative de la fonction f dans un repère orthonormal d'unité graphique 0,5 cm. On précisera sur la courbe les points d'abscisses 18, 20, 22 et 24.

3. a. Calculer l'augmentation q_1 de la hauteur y_B quand l'abscisse x_A passe de 24 à 22. Vérifier ce résultat sur la courbe (Γ) en faisant apparaître les constructions effectuées.
- b. Évaluer, à l'aide du graphique en faisant apparaître les traits de construction utiles, l'augmentation q_2 de y_B lorsque x_A passe de 22 à 20, puis l'augmentation q_2 de y_B lorsque x_A passe de 20 à 18.
- c. Lorsqu'on actionne la manivelle de façon régulière, peut-on dire que la voiture monte à une vitesse constante? Justifiez votre réponse.

EXERCICE OBLIGATOIRE**7 points**

Deux amies, Agnès et Bénédicte gagnent 2 000 € à un jeu. Elles partagent cette somme en deux parts égales.

Partie A

Agnès, qui a déjà 3 000 € d'économies, ajoute ses 1 000 € à ses économies et place le total sur un livret d'épargne qui rapporte 3,5 % d'intérêts par an (intérêts composés).

On note u_0 le capital placé ($u_0 = 4 000$), u_1 le capital acquis au bout d'un an, et plus généralement u_n le capital acquis au bout de n années.

1. Calculer u_1 et u_2 .
2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n . En déduire la nature de la suite (u_n) .
3. Exprimer le terme général u_n en fonction de n .
4. Quel sera le capital obtenu au bout de 6 ans? (On arrondira le résultat au centime).

Partie B

Bénédicte choisit un compte épargne dont le taux mensuel est de 0,25 et choisit d'y ajouter à la fin de chaque mois la somme de 50 €. Les intérêts acquis sont capitalisés à la fin de chaque mois.

On note y_0 le capital placé ($y_0 = 1 000$), y_1 le capital acquis au bout d'un mois, et plus généralement y_n le capital acquis au bout de n mois.

1. Calculer y_1 et y_2 (on arrondira le résultat au centime). Vérifier que $y_3 = 1 157,89$.
2. Pour tout entier naturel n , exprimer v_{n+1} en fonction de v_n .
3. On considère la suite (w_n) définie pour tout entier naturel n par $w_n = v_n + 20 000$.
 - a. Démontrer que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison 1,0025. Préciser w_n et exprimer le terme général w_n en fonction de n . En déduire v_n en fonction de n .
 - b. Calculer le capital acquis par Bénédicte au bout de 6 ans (soit 72 mois). (On arrondira le résultat au centime).

EXERCICE 3 AU CHOIX**6 points**

Le célèbre tableau de DAVID : « Le sacre de Napoléon » immortalise l'évènement du 2 décembre 1804.

Sur la période considérée, toutes les années dont le millésime est multiple de 4 sont bissextiles, sauf l'année 1900.

Considérons le 2 décembre 1804 comme le jour de rang 1.

1. a. Combien y-a-t-il d'années dont le millésime est compris entre 1805 (inclus) et 2003 (inclus)?

- b.** Parmi ces années, montrer qu'il y a 48 années bissextiles.
2. Prouver que le rang du 1^{er} janvier 2004 est 72714.
 3. Déterminer l'entier a compris entre 0 et 6 inclus tel que : $72714 \equiv a \pmod{7}$.
 4. Sachant que le 1^{er} janvier 2004 était un jeudi, recopier et compléter le tableau suivant où k désigne un nombre entier :

Rang du jour	$7k$	$7k+1$	$7k+2$	$7k+3$	$7k+4$	$7k+5$	$7k+6$
Jour de la semaine							

5. Quel jour de la semaine, Napoléon I^{er} a-t-il été sacré empereur ?

EXERCICE 4 AU CHOIX

6 points

Un malade souffrant d'angine va consulter son médecin. L'agent infectieux a 4 chances sur 5 d'être un streptocoque. Le médecin décide de faire des analyses en laboratoire.

Les techniques de laboratoire comportent des risques d'erreur

- Le streptocoque, lorsqu'il est présent, a 1 chance sur 5 de ne pas être décelé.
- Le streptocoque, lorsqu'il est absent, a 1 chance sur 10 d'être décelé par erreur.

On note S l'évènement : « Le streptocoque est présent » et D l'évènement « Le streptocoque est décelé ».

Partie A

Dans cette partie, les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles.

Le médecin fait procéder à une première analyse.

1. Traduire les données à l'aide d'un arbre pondéré. Calculer la probabilité de l'évènement : « Le streptocoque est présent et est décelé ».
2. Montrer que la probabilité $P(D)$ que le streptocoque soit décelé est égale à $\frac{33}{50}$.
3. Le streptocoque est décelé. Quelle est la probabilité pour qu'il soit présent ?

Partie B

Dans cette partie, les probabilités seront données sous forme décimale, arrondies au millième.

Pour confirmer son diagnostic, le médecin fait analyser quatre autres prélèvements faits sur ce patient.

(Les quatre tests sont réalisés dans les mêmes conditions et sont indépendants).

Quelle est la probabilité pour que le streptocoque soit décelé dans exactement trois tests parmi les quatre ?