

Baccalaurat L spécialité La Réunion juin 2005

L'usage de la calculatrice est autorisé pour cette épreuve.

EXERCICE 1

5 points

Dans cet exercice, aucune justification n'est demandée.

Pour chacune des questions, une seule des réponses proposées est exacte.

Une bonne réponse rapporte 1 point. Une mauvaise réponse enlève 0,5 point.

L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.

Si le total des points est négatif, la note globale attribuée à l'exercice est 0.

N°	Questions	A	B	C
1	f est une fonction dérivable en -1 telle que $f(-1) = 3$ et $f'(-1) = -2$. Une équation de la tangente à la courbe représentant f au point d'abscisse -1 est	$y = 2x + 3$	$y = 3x + 1$	$y = -2x + 1$
2	$\ln 54 - 2 \ln 3$ est égal à	$\ln 9$	$\ln 3$	$\ln 6$
3	Dire que deux événements A et B sont indépendants signifie que	$P(A \cap B) = P(A) + P(B)$	$P(A \cap B) = 0$	$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$
4	À une tombola, 100 billets sont mis en vente parmi lesquels un billet sur deux est gagnant. Xavier achète 2 billets. La probabilité qu'il achète au moins 1 billet gagnant est	$\frac{1}{50}$	$\frac{149}{198}$	$\frac{4949}{4950}$
5	A et B sont deux événements tels que $P(A) \neq 0$. Alors $P(A \cap B) =$	$P_A(B) \times P(A)$	$P_A(B) \times P(B)$	$P_B(A) \times P(A)$

EXERCICE 2

7 points

Pierre et Jean collectionnent des cartes postales.

À ce jour Pierre en possède 5 000 et Jean 3 000.

Pierre a remarqué que sa collection augmentait de 500 chaque année, et Jean pense qu'il peut voir sa collection augmenter de 15 % annuellement.

Dans toute la suite de l'exercice, on désigne par n un entier naturel non nul.

1. On note a_n le nombre de cartes postales que possédera Pierre dans n années,
 - a. Justifier que la suite (a_n) est une suite arithmétique de premier terme $a_0 = 5\,000$ et de raison 500.
 - b. Exprimer a_n en fonction de n .
 - c. Représenter graphiquement cette suite pour $0 \leq n \leq 10$. On prendra un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) dans lequel 1 cm représente une année sur l'axe (Ox) et 1 cm représente 1 000 cartes postales sur l'axe (Oy) .

2. On note b_n le nombre de cartes postales que possédera Jean dans n années.
 - a. Démontrer que la suite (b_n) est une suite géométrique de premier terme $b_0 = 3\,000$ et préciser sa raison.
 - b. Exprimer b_n en fonction de n .
 - c. Représenter graphiquement cette suite pour $0 \leq n \leq 10$ sur le graphique précédent.

3. À partir de quelle année, la collection de Jean est-elle plus importante que celle de Pierre ?

EXERCICE 3

8 points

Construction du nombre d'or

1. On appelle nombre d'or le réel noté $\Phi = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$.

Démontrer que ce nombre vérifie la relation (1) : $\Phi^2 = \Phi + 1$.

2. On appelle rectangle d'or, un rectangle dont le quotient de la longueur par la largeur est égal au nombre Φ .

On donne quatre points A, B, C et D tels que le rectangle ABCD soit un rectangle d'or. (voir figure ci-dessous).

On appelle respectivement E et F les points des segments [BC] et [AD] tels que le quadrilatère ABEF soit un carré.

On pose $AB = \ell$.

- a. Exprimer la longueur AD en fonction de ℓ et de Φ .

- b. Montrer que $\frac{EF}{FD} = \frac{1}{\Phi - 1}$.

- c. En utilisant la relation (1), montrer que $\Phi(\Phi - 1) = 1$, puis que $\frac{1}{\Phi - 1} = \Phi$.

- d. Que peut-on en déduire pour le rectangle grisé FDCE ?

3. Soit K le milieu de [BE].

- a. Exprimer KF en fonction de ℓ .

- b. Montrer que $KC = \left(\Phi - \frac{1}{2}\right) \times \ell$.

- c. En déduire que $KF = KC$.

- d. En déduire une construction géométrique d'un segment dont la longueur est le nombre d'or Φ (faire une figure et expliquer les étapes de la construction).

