Baccalauréat S Liban juin 2001

Exercice 1 **4 points**

Commun à tous les candidats

Dans un village de montagne deux familles A et B disposent de cinq circuits balisés de promenades $c_1,\ c_1,\ c_2,\ c_3,\ c_4,\ c_5$.

Partie A

Chaque matin, chacune des familles tire au hasard, indépendamment l'une de l'autre, un des cinq circuits.

1. Combien y-a-t-il de tirages possibles pour l'ensemble des deux familles ?
2. Quelle est la probabilité pour qu'elles fassent le même jour, le même circuit ?
3. Quelle est la probabilité pour que pendant n jours consécutifs, elles ne se trouvent janais sur le même circuit ?
4. Déterminer la plus petite valeur de n pour laquelle la probabilité de se trouver au moins une fois sur le même circuit est supérieure ou égale à 0,9.

Partie B

On considère dans cette partie deux jours consécutifs. Le deuxième jour chaque famille élimine de son tirage le circuit qu'elle a fait la veille. Il reste donc quatre circuits pour ciacune des deux familles.
On note :
E l'évènement « les deux familles font le même circuit le premier jour ».
F l'évènement « les deux familles font le même circuit le deuxième jour ».
Calculer les probabilités suivantes :

$$\text{P(E)}\ ,\ \text{P(F/E)}\ ,\ \text{P}(\text{F}/\overline{\text{E}})\ \text{puis}\ \text{P}(\text{F}\cap\text{E})\ \text{et}\ \text{P}(\text{F}\cap\overline{\text{E}}).$$

En déduire P(F).

Exercice 2 **5 points**

Enseignement obligatoire

Les deux parties sont indépendantes.

Partie A

Dans le plan complexe P rapporté au repère orthonormal direct $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$, on considère les points A et B d'affixes respectives $z_\text{A} = 3 + \text{i}$ et $z_\text{B} = 1 + 2\text{i}$.

1. Exprimer le complexe $\dfrac{z_\text{B}}{z_\text{A}}$ sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique.
2. En déduire une mesure en radians de l'angle $\left(\overrightarrow{\text{OA}},\ \overrightarrow{\text{OB}}\right)$.

Partie B

Désormais on considère l'espace muni du repère orthonormal direct $(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v},\ \vec{w})$

où $\overrightarrow{w} = \overrightarrow{u} \wedge \overrightarrow{v}$.
On considère les points A(3, 1, 0), B(1, 2, 0), C(3, 2, 1) et $D(0, 0, d)$ où d désigne un réel positif ou nul. On a ainsi un tétraèdre ABCD.

1. On pose $\overrightarrow{\mathrm{N}} = \overrightarrow{\mathrm{AB}} \wedge \overrightarrow{\mathrm{AC}}$.

a. Calculer les coordonnées de N .

b. En déduire l'aire du triangle ABC.

2. Déterminer une équation cartésienne du plan (ABC).

3. On note H le projeté orthogonal du point D sur le plan (ABC).

a. On pose $\overrightarrow{DH} = \lambda\overrightarrow{\mathrm{N}}$.
Calculer λ en fonction de d.

b. En déduire l'expression de la distance DH.
Montrer que le volume du tétraèdre ABCD est $\mathrm{V}_d = \dfrac{2d+5}{6}$.

4. Déterminer pour quelle valeur de d la droite (DB) est perpendiculaire au plan (ABC).

5. On suppose que $d = 0$. Calculer la distance de A au plan (OBC).

EXERCICE 2 **5 points**

Enseignement de spécialité

On suppose le plan rapporté au repère orthonormal direct $\left(\Omega\,;\,\overrightarrow{u},\,\overrightarrow{v}\right)$, unité graphique 3 cm.

Partie A

Soit trois droites D_1, D_2 et D_3, sécantes en Ω et de vecteurs directeurs respectifs $\overrightarrow{d_1} = \overrightarrow{u}$, et $\overrightarrow{d_2}$ et $\overrightarrow{d_3}$ supposés unitaires et tels que $\left(\overrightarrow{d_1},\,\overrightarrow{d_2}\right) = \dfrac{\pi}{4}$ et $\left(\overrightarrow{d_1},\,\overrightarrow{d_3}\right) = -\dfrac{2\pi}{3}$.
On note S_1, S_2 et S_3 les réflexions d'axes respectifs D_1, D_2 et D_3, et f la composée $\mathrm{S}_3 \circ \mathrm{S}_2 \circ S_1$, de ces trois réflexions.

1. Tracer ces trois droites.

2. **a.** Déterminer la nature et les éléments caractéristiques de la transformation $r = \mathrm{S}_2 \circ \mathrm{S}_1$.

b. Caractériser la réflexion S telle que $r = \mathrm{S}_3 \circ \mathrm{S}$. On notera D l'axe de S et on en déterminera un point et un vecteur directeur $\overrightarrow{d}$. Tracer la droite D.

c. En déduire la nature de f et ses éléments caractéristiques.

3. Justifier que le point E d'affixe $z_{\mathrm{E}} = \mathrm{e}^{\frac{\mathrm{i}\pi}{12}}$ est un point de la droite D.
Déterminer les nombres complexes a et b tels que la forme complexe de f soit l'application f_1 définie sur $\mathbb{C}$ par $f_1(z) = a\overline{z} + b$.

Partie B

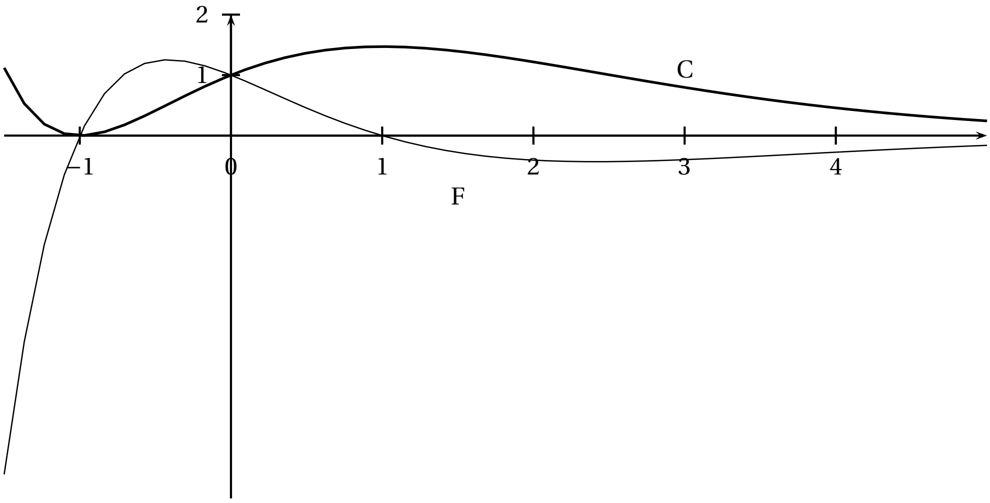
1. Choisir un point A sur D. On note B l'image de A par S_1 et C l'image de B par S_2 . Placer les points B et C .

2. Démontrer que A est l'image de C par S_3.

3. Que peut-on dire du point Ω pour le triangle ABC ?

PROBLÈME **5 points**

Partie A - Lectures graphiques



On donne dans un repère orthogonal les courbes C et F représentatives de deux fonctions définies et dérivables sur $\mathbb{R}$. On sait que l'une de ces fonctions est la fonction dérivée de l'autre, on peut donc les noter g et g'.

1. Associer à chacune des fonctions g et g' sa représentation graphique. On justifiera le résultat en donnant un tableau où figurera sur l'intervalle $\left[-\dfrac{3}{2}\,;\,5\right]$ le signe de $g'(x)$ et les variations de g.

2. Quel est le coefficient directeur de la tangente à C au point d'abscisse 0 ?

Partie B

Soit l'équation différentielle (E) : $y' + y = 2(x+1)\mathrm{e}^{-x}$.

1. Montrer que la fonction f_0 définie sur $\mathbb{R}$ par $f_0(x) = (x^2 + 2x)\mathrm{e}^{-x}$ est une solution de l'équation (E) .

2. Résoudre l'équation différentielle (E') : $y' + y = 0$

3. Soit u une solution de (E') . Montrer que la fonction $f_0 + u$ est une solution de (E).
On admettra que, réciproquement, toute solution f de (E) est de la forme $f = f_0 + u$ où u est une solution de (E').
En déduire, pour $x \in \mathbb{R}$, l'expression de $f(x)$ lorsque f est solution de (E).

4. Sachant que la fonction g de la partie A est solution de (E) , déterminer $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$.

5. Déterminer la solution h de l'équation (E) dont la représentation graphique admet au point d'abscisse 0 une tangente de coefficient directeur 0.

Partie C

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x^2 + 2x + 2)\mathrm{e}^{-x}$.

1. Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.

2. On sait que f est dérivable sur $\mathbb{R}$: déterminer sa fonction dérivée et étudier son signe. Donner le tableau de variation de f.

3. Dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$, unité graphique 2 cm, on note C′ la représentation graphique de f.

   a. Déterminer une équation cartésienne de la tangente T à C' au point Ω d'abscisse - 1 .

   b. Tracer avec soin la courbe C' et la tangente T dans le repère $\left(\mathrm{O}, \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$.

4. a. Déterminer trois réels a, b et c tels que la fonction F définie par $F(x) = (ax^2 + bx + c)\mathrm{e}^{-x}$ soit une primitive de la fonction f.

   b. Soit α un réel positif. Calculer en cm^2 l'aire notée $\mathscr{A}(\alpha)$ de la zone du plan comprise entre l'axe des abscisses, la courbe C′ et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = \alpha$.