

EXERCICE 1

4 points

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant, publié en août 1999 dans une revue économique, donne la part du temps partiel au sein de la population active (les valeurs pour 2000 et 2004 sont le résultat d'une estimation).

Année x_i	1980	1985	1990	1995	1997	2000	2004
Part du temps partiel en % y_i	8,3	11	12	15,6	16,8	18	20

On étudie la série statistique $(x_i ; y_i)$ pour $1980 \leq x_i \leq 1997$.

Les calculs seront effectués à la calculatrice.

1. Représenter dans un repère orthogonal le nuage de points de coordonnées $(x_i ; y_i)$ pour $1980 \leq x_i \leq 1997$. On prendra : 1 cm pour une part de 2 % en ordonnée, 2 cm pour 5 ans en abscisse en prenant pour origine le point (1980 ; 0).
2. Déterminer les coordonnées de G, point moyen de la série statistique $(x_i ; y_i)$. Le placer sur le graphique.
3.
 - a. Donner la valeur arrondie à 10^{-3} près du coefficient de corrélation linéaire de la série $(x_i ; y_i)$. Un ajustement affine est-il justifié ? Dessiner cette droite sur le graphique.
 - b. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés (a et b arrondis à 10^{-3} près).
 - c. Peut-on considérer que les estimations pour 2000 et 2004 faites par la revue ont été réalisées en utilisant l'équation obtenue à la question 3. b. ?

EXERCICE 2

5 points

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

En 1998 un constructeur automobile français a vendu dans la catégorie « petites voitures » 283 049 véhicules répartis de la façon suivante :

86 214 du modèle A, 166 937 du modèle B, le reste du modèle C.

Le constructeur estime que la probabilité de choix d'un de ces modèles par un client ayant l'intention d'acheter une voiture de cette catégorie, est égale à la fréquence de vente de ce modèle dans la catégorie « petites voitures » de cette marque.

Les résultats seront arrondis à trois décimales.

1. Déterminer la probabilité qu'un client acheteur choisisse le modèle B.
Quelle est la probabilité qu'il ne choisisse pas le modèle B ?
2. Trois clients achètent un véhicule dans la catégorie « petites voitures », leur choix se fait de façon indépendante. On appelle X la variable aléatoire donnant le nombre de clients parmi les trois qui achètent le modèle B.
 - a. Construire un arbre de probabilité et déterminer la loi de probabilité de X .

- b. Calculer l'espérance mathématique de X .
3. Représenter la fonction de répartition de X
4. Quelle est la probabilité pour qu'au plus deux clients sur les trois achètent un véhicule du modèle B ?

EXERCICE 2**5 points****Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

Le système bancaire, recevant un dépôt initial $S_0 = 50\,000$ F, en remet 80 % en circulation sous forme de prêts et en conserve 20% (le montant de cette réserve sera notée E_0). L'activité économique se traduit par le fait que les sommes prêtées reviennent dans le système où elles apparaissent comme un nouveau dépôt S_1 , dépôt qui sera traité selon le même processus 80 % remis en circulation, 20 % mis en en réserve).

Le dépôt initial de 50 000 F engendre ainsi une suite S_n de dépôts successifs et une suite E_n de mises en réserve.

1.
 - a. Calculer S_1, S_2, E_0, E_1 , et E_2 .
 - b. Exprimer S_n à l'aide de S_{n-1} .
 - c. En déduire les expressions de S_n et de E_n en fonction de n .
2. On fait le bilan après que la banque ait reçu les n premiers dépôts S_0, \dots, S_{n-1} , (et ait procédé aux mises en réserve correspondantes).
 - a. Calculer en fonction de n la somme totale D_n que la banque a reçue.
 - b. Calculer la somme totale R_n que la banque a inscrite en réserve.
3.
 - a. Montrer que la limite R de la suite (R_n) est égale au dépôt initial S_0 .
 - b. Déterminer la limite D dans la suite (D_n) . Quelle est l'interprétation de la différence $D - S_0$?

PROBLÈME**11 points****Partie A**

1. Soit C_m la fonction définie sur $[0; 6]$ par :

$$C_m(q) = 0,8 + 4(1 - 2q)e^{-2q}$$

Cette fonction traduit le coût marginal quotidien d'une usine pour la fabrication d'un produit chimique sous forme liquide, q étant la quantité de produit exprimée en milliers de litres et $C_m(q)$ exprimé en milliers de francs.

Dresser le tableau de variations de C_m , la valeur de $C_m(1)$ figurera dans le tableau.

En déduire le signe de $C_m(q)$ sur $[0; 6]$.

2. a. Montrer que la fonction g définie sur $[0; 6]$ par $g(q) = 4qe^{-2q}$ admet pour fonction dérivée la fonction définie par :

$$g'(q) = 4(1 - 2q)e^{-2q}.$$

- b. Le coût marginal est assimilé à la fonction dérivée du coût total. Sachant que les coûts fixes $C_T(0)$ s'élèvent à un millier de francs, déterminer la fonction C_T traduisant le coût total en fonction de q .

3. a. Déterminer les variations de C_T sur $[0; 6]$ en utilisant la question 1.).

- b. Représenter la fonction coût total dans le plan muni d'un repère ortho-normé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ (unité graphique 2 cm).

Partie B

Le prix de vente de ce liquide est de 1,80 F par litre. La fabrication quotidienne est vendue en totalité.

1. a. Représenter sur le graphique précédent la fonction traduisant la recette quotidienne.

- b. Montrer que le bénéfice noté $B(q)$ s'exprime par :

$$B(q) = q - 1 - 4qe^{-2q}.$$

2. Soit la fonction h définie sur $[0; 6]$ par :

$$h(q) = 1,8 - C_m(q).$$

- a. Étudier les variations de h en utilisant celles de C_m .

- b. Démontrer que l'équation $h(q) = 0$ a une unique solution α sur $[0; 1]$. (On ne demande pas de calculer α .)

- c. En déduire le signe de $h(q)$ pour $q \in [0; 6]$.

3. a. En utilisant la question précédente donner les variations de B .

- b. Donner une valeur de $B(\alpha)$ avec deux décimales en prenant 0,28 comme valeur de α .

Que représente cette valeur pour cette usine ?