

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

SESSION DE 2001

MATHÉMATIQUES

SÉRIE : ES

DURÉE DE L'ÉPREUVE : 3 heures — COEFFICIENT : 5

Ce sujet comporte 4 pages numérotées de 1 à 4

Du papier millimétré est mis à la disposition des candidats

L'utilisation d'une calculatrice est autorisée

*Le candidat doit traiter les DEUX exercices et le problème.
La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements
entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.*

*Le formulaire officiel de mathématiques,
prévu par l'arrêté du 27 mars 1991, est joint au sujet.*

EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

Le tableau suivant indique, en millions, la population de la France métropolitaine d'après les recensements depuis 1946.

Année	Rang x_i de l'année	Population y_i
1946	0	40,439
1954	8	42,706
1962	16	46,425
1968	22	49,712
1975	29	52,592
1982	36	54,335
1990	44	56,615
1999	53	58,416

Le détail des calculs statistiques effectués avec une calculatrice n'est pas demandé.

Les nombres à déterminer seront arrondis à trois décimales.

1. Quel est le coefficient de corrélation linéaire entre x et y ?
Un ajustement affine est-il envisageable ?
2. Le plan est rapporté à un repère orthogonal, les unités graphiques étant :
 - 0,25 cm sur l'axe des abscisses,
 - 1 cm sur l'axe des ordonnées, la graduation des ordonnées débutant à 40.
 - a) Construire le nuage de points $M_i(x_i ; y_i)$.
 - b) Indiquer les coordonnées du point moyen G associé à la série (x, y) et placer ce point sur le graphique précédent.
3. Déterminer une équation de la droite d'ajustement affine de y en x par la méthode des moindres carrés.
Tracer cette droite D sur le graphique précédent.
4. En supposant que cette évolution de la population se poursuive, donner une estimation de la population en 2005.

EXERCICE 2 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Claude range ses crayons de couleur et il en trouve un orange, trois jaunes et quatre bleus. Il prend au hasard successivement trois crayons dont il note les couleurs : o pour orange, j pour jaune et b pour bleu.

1. Tracer un arbre pondéré illustrant cette expérience aléatoire.

Les réponses aux questions suivantes seront exprimées sous forme d'une fraction irréductible.

2. Quelle est la probabilité de l'événement : « les trois crayons ont la même couleur » ?
3. Quelle est la probabilité de l'événement : « les trois crayons sont pris parmi les crayons de couleur orange ou jaune » ?
4. Quelle est la probabilité de l'événement : « parmi les trois crayons, un au moins est bleu » ?
5. Claude veut dessiner un drapeau bleu et jaune. Quelle est la probabilité qu'il puisse le faire, sachant que le premier crayon est bleu ?

Tournez la page S.V.P.

PROBLÈME (11 points)

Partie A :

Soit φ la fonction définie par :

$$\begin{aligned}\varphi : [2 ; 20] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto x - 2 - 2 \ln(x).\end{aligned}$$

1. Étudier les variations de la fonction φ puis dresser son tableau de variation.
2. Montrer que la fonction φ s'annule exactement une fois sur l'intervalle $[2 ; 20]$.
Indiquer la valeur arrondie à une décimale de ce nombre.
3. En déduire le signe de la fonction φ sur l'intervalle $[2 ; 20]$ et récapituler ces résultats dans un tableau.

Partie B :

Le plan est rapporté à un repère orthogonal, les unités graphiques étant un centimètre sur l'axe des abscisses et cinq centimètres sur l'axe des ordonnées.

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{aligned}f :]2 ; 20] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{x \ln(x)}{x-2}.\end{aligned}$$

\mathcal{C} désigne la courbe représentative de la fonction f dans le plan muni de ce repère.

1. a) Montrer que la dérivée f' de f a le même signe que φ sur $]2 ; 20]$.
b) Étudier les variations de la fonction f , déterminer la limite de f en 2 puis dresser le tableau de variation de cette fonction.
2. Prouver qu'il existe un unique point de la courbe \mathcal{C} où la tangente à la courbe en ce point est parallèle à l'axe des abscisses.
3. Tracer la courbe \mathcal{C} .

Partie C :

Soit g la fonction définie par :

$$\begin{aligned}g : [2 ; 20] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto \frac{1}{2}x^2 - 2x \ln(x).\end{aligned}$$

1. Montrer que g est une primitive de φ sur $[2 ; 20]$.

2. Soit I le nombre défini par :

$$I = \int_{16}^{20} \varphi(x) dx.$$

- a) Exprimer le nombre I uniquement à l'aide de nombres entiers et des deux nombres $\ln 2$ et $\ln 5$.
- b) Donner la valeur de I arrondie à deux décimales.