CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

Sujet n° 1 MA OE ME 1 et 1 MA SE ME 1

Exercice 1 (4 points)

0,75	1. $p(A) = 0,6$ $p(B) = 0,3$ $p(C) = 0,1$
1,5	2. $p(F \cap A) = 0,12$ $p(F) = 0,25$
0,75	3. $p(A/F) = 0,48$
1	4. $p(F/\bar{A}) = 0,325$

exercice 2 (candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité
5 points

0,75 1. $T_n = 10\,000 + 500n$

1 2. $\alpha = -500$

$D_1 = 500$

3. a. $D_n = 500 \times (1{,}1)^{n-1}$

1,25 $C_n = 500 \times (1{,}1)^{n-1} + 500$.

b. $S_n = C_1 + \dots + C_n$

1 $= 5000\left((1{,}1)^n - 1\right) + 500n$

c. $T_n \leq S_n \iff n \geq \dfrac{\ln 3}{\ln 1{,}1}$.

1 Le nombre minimum d'années est 12.

Exercice 2 (candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)
5 points

0,75	1. 25,5 %
1	2. nuage de points
0,75	3. G (10,57 ; 66,83)
	4. $r \simeq 0,98$
0,75	droite d'ajustement affine : $y = 0,85x + 57,79$
0,75	Tracé de (D)
1	5. 116 milliers de francs

Problème (10 points)

3,5

A. 1. $f'(x) = 1{,}1 + \frac{1}{x(x+1)}$ donc $f'(x) > 0$ sur $[1, +\infty[$ et f strictement croissante sur $[1,+\infty$

1,5 — $\lim_{x \to +\infty} \ln \frac{x}{x+1} = \ln 1 = 0$ d'où $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

2. $f(x) - 1{,}1x = \ln \frac{x}{x+1}$

1 — donc $\lim_{x \to +\infty} f(x) - 1{,}1x = 0$ donc (D) asymptote à (C)

sur $[1, +\infty[$, $f(x) - 1{,}1x < 0$ donc (C) en dessous de (D)

1 — 3. Tracé de (C) et (D)

4,5

B. 1. $g'(x) = 1{,}1 - \frac{1}{x^2}$; sur $[1, +\infty[$, $g'(x) > 0$, donc

1,25 — g strictement croissante sur $[1, +\infty[$

$\lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$

2. $\lim_{x \to +\infty} g(x) - 1{,}1x = 0$ donc (D) asymptote à (C')

0,75 — sur $[1, +\infty[$, $g(x) - 1{,}1x > 0$ donc (C') au dessus de (D)

0,5 — 3. Tracé de (C')

0,5 — 4. $H'(x) = \ln(x+1) - \ln x$

+ 0,5 — une primitive de i sur $[1, +\infty[$ est $x \mapsto \ln x + H(x)$

5. $\int_1^5 (g(x) - f(x))\,dx = \left[\ln x + H(x)\right]_1^5 = 6\ln 6 - 4\ln 5 - 2\ln$ (ou autre expression)

0,5 — (valeur approchée 2,9 unités d'aire)

+ 0,5 — interprétation : on vérifie que l'on a : $g(x) \geq f(x)$

2

C. 1. D'après B.5, on déduit : $f(t) \leq g(t)$ pour $t \geq 1$

0,5 — donc demande jamais satisfaite.

0,75 — 2. $\int_1^5 (g(t) - f(t))\,dt$, d'où d'après B.5. on a donc $\simeq 2\,927$ objets

0,75 — 3. On a : $i(99) \simeq 0{,}02015$, $i(100) \simeq 0{,}0199$.

seuil : 100.