

# CORRIGE

**Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.**

**ÉLÉMENTS DE CORRECTION  
 BARÈME PROPOSÉ**

**N.B. :** Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles s'appliquent à son contenu.

Exercice 1 (5 points)

1

1.  $\bar{x} = 4$   $\bar{y} \approx 796$

0,25

2. a. valeur absolue à  $10^{-3}$  du coefficient de corrélation linéaire : 0,964

0,75

b.  $y = 138,183x + 242,933$

0,5

c. Le rang de 2000 est 10, d'où une estimation de 1624,763 c'est-à-dire 1625 millions d'euros.

0,75

3. a.

$x_i$	..	4	5	6	7	8
$z_i$	...	6,512	6,863	6,982	7,135	7,263

0,5

b. valeur absolue à  $10^{-3}$  du coefficient de corrélation linéaire : 0,974  
 existe d'ajustement affine de  $z$  en  $x$   
 $z = 0,178x + 5,855$

0,75

c. estimation de  $z$  par le rang 10 : 7,635  
 d'où comme  $y = e^z$ , on obtient une estimation de 2069 millions d'euros.

0,5

4. dépenses concernant les produits informatiques:  
 $68,9 \times 0,031 = 2,1359$ , c'est-à-dire 2135,9 millions d'euros  
 L'estimation est meilleure avec l'ajustement exponentiel.

Exercice 2 (5 points)  
obligatoire

Notons F "La réponse est celle d'une fille"

1. a.  $B = (B \cap F) \cup (B \cap \bar{F})$

d'où  $P(B) = P(B/F) \times P(F) + P(B/\bar{F}) \times P(\bar{F})$

$P(B) = 0,2 \times 0,6 + 0,15 \times 0,4$

$P(B) = 0,18$

b. De même

$P(A) = P(A/F) \times P(F) + P(A/\bar{F}) \times P(\bar{F})$

$= 0,65 \times 0,6 + 0,55 \times 0,4$

$P(A) = 0,61$

0,75

1

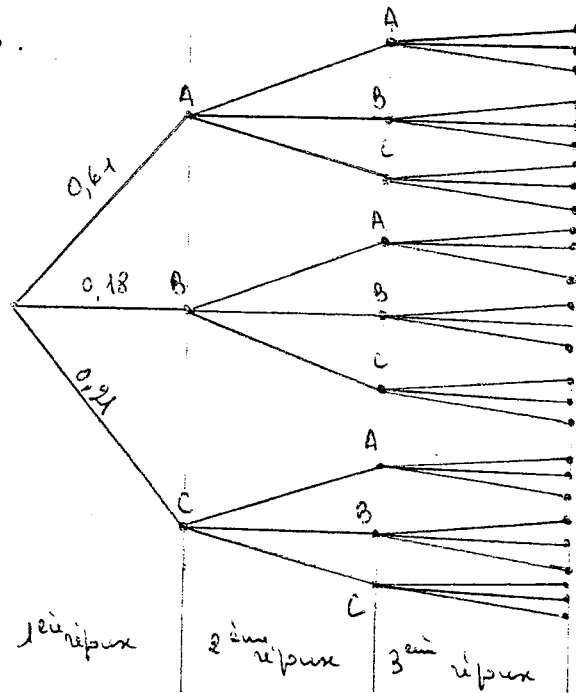
2. On cherche  $P(F/B)$

Où :  $\frac{P(F \cap B)}{P(B)} = \frac{0,2 \times 0,6}{0,18}$

d'où  $P(F/B) = \frac{2}{3}$

1,25

3.



- A-A-A
- A-A-B
- A-A-C
- A-B-A

1,5

ou tout autre arbre  
comportant B et  $\bar{B}$   
et la méthode correspondante

Soit E "aucune des trois réponses n'est celle d'un jeune diplômé poursuivant ses études"

Donc  $\bar{E}$  est l'événement "l'une au moins des réponses est celle d'un jeune diplômé poursuivant ses études"

Donc  $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$

avec  $P(E) = (0,61)^3 + 3 \times (0,61)^2 \times 0,21 + 3 \times (0,61) \times (0,21)^2 + (0,21)^3$

$P(E) \approx 0,55$  donc  $P(\bar{E}) \approx 0,45$

0,5

4.  $\bar{S} = 21 \times 0,05 + 24 \times 0,15 + \dots$   
 $= 30,63$

$+ 36 \times 0,2 + 39 \times 0,1$

soit 30630 euros

Exercice 2 (5 points) spécialité

0,5

1. a. d'après l'énoncé

$$p(A_{n+1}/A_n) = \frac{1}{5} \quad \text{et} \quad p(A_{n+1}/B_n) = \frac{2}{5}$$

b. \*  $p(A_{n+1} \cap A_n) = p(A_{n+1}/A_n) \times p(A_n) = \frac{1}{5} p_n$

de même  $p(A_{n+1} \cap B_n) = \frac{2}{5} p_n$

1,5

$$\begin{aligned} * p_{n+1} &= p(A_{n+1}) \\ &= p(A_{n+1} \cap A_n) + p(A_{n+1} \cap B_n) \quad \text{car } A_n \cap B_n = \emptyset \\ &= \frac{2}{5} - \frac{1}{5} p_n \end{aligned}$$

2. Pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$ , on a :

$$u_{n+1} = p_{n+1} - \frac{1}{3} \dots = -\frac{1}{5} u_n$$

1,5

Donc  $(u_n)$  est une suite géométrique de premier terme  $u_1 = \frac{1}{6}$  et de raison  $-\frac{1}{5}$ .

1,5

3. Pour tout  $n$  de  $\mathbb{N}^*$  on a :

$$u_n = u_1 \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{6} \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$$

$$\text{et } p_n = \frac{1}{6} \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} + \frac{1}{3}$$

•  $\frac{1}{5} < 1$  donc  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = 0$

$$\text{donc } \lim_{n \rightarrow +\infty} p_n = \frac{1}{3}$$

Problème (10 points)

0,5

Partie A (4 points)

1. a.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f = +\infty$

b.  $f'(x) = \dots = x(x-1)e^x$

1,75

$x$	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	0	-	0
$f(x)$	-1	$e-4$	$+\infty$

2. sur  $[0,1]$  ou a:  $f(x) \leq -1$  donc  $f$  ne peut pas s'annuler  
 ou  $[1,+\infty[$   $f$  est dérivable et strictement croissante  
 $f(1) < 0$  et  $f(2) > 0$  car  $f(2) \approx 3,39$

1,25

Donc l'équation  $f(x) = 0$  admet une solution unique  $x_0$ , avec  $x_0 \in ]1,2[$ .  
 $x_0$ : valeur arrondie à  $10^{-3}$  1,646

0,5

3. Des questions précédentes, on déduit:  
 pour tout  $x$  de  $[0, x_0]$   $f(x) \leq 0$   
 pour tout  $x$  de  $]x_0, +\infty[$   $f(x) > 0$

Partie B (2,5 points)

1,5

1.  $C'_m(x) = \dots = \frac{(x^2 - 2x + 3)e^x - 4}{x^2} = \frac{f(x)}{x^2}$

d'où  $C_m$  strictement décroissante sur  $]0, x_0]$   
 et strictement croissante sur  $[x_0, 3]$ .

1

2. L'entreprise a un coût moyen minimum pour  $x_0$  tonnes de produit fabriqué, c'est-à-dire 1,646 tonnes.  
 Ou a:  $C_m(x_0) = 1,164$  arrondi à  $10^{-3}$  donc un coût moyen de 1,164 centaines de milliers d'euros soit 116 000 euros.

Partie C (3,5 points)

1

1. a.  $B(x) = 3x - C_T(x) = \dots = (3-x)e^x - 4$

1

b.  $B'(x) = (2-x)e^x$

Donc  $B'(x)$  est du signe de  $2-x$

D'où  $B$  est strictement croissante sur  $[0, 2]$  et strictement décroissante sur  $[2, 3]$ .

Le bénéfice est maximum pour une production de 2 tonnes de produit.

1

2. a.

b. L'entreprise réalise un gain lorsque  $B(x) > 0$ , c'est-à-dire lorsque  $x \in ]x_1, x_2[$  avec  $x_1 \approx 0,5$  et  $x_2 \approx 2,7$ .

0,5