CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

ÉLÉMENTS DE CORRECTION
BARÈME PROPOSÉ

N.B. : **Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles s'appliquent à son contenu.**

Exercice 1 (5 points)

1 — 1. $\bar{x} = 4$ $\quad \bar{y} \approx 796$

0,25 — 2. a. valeur arrondie à 10^{-3} du coefficient de corrélation linéaire : 0,964

0,75 — b. $y = 138,183x + 242,933$

0,5 — c. Le rang de 2000 est 10, d'où une estimation de 1624,763 c'est-à-dire 1625 millions d'euros.

0,75 — 3. a.

x_i	..	4	5	6	7	8
z_i	...	6,512	6,863	6,982	7,135	7,263

0,5 — b. valeur arrondie à 10^{-3} du coefficient de corrélation linéaire : 0,974
droite d'ajustement affine de z en x
$z = 0,178x + 5,855$

0,75 — c. estimation de z pour le rang 10 : 7,635
d'où comme $y = e^{z}$, on obtient une estimation de 2069 millions d'euros.

0,5 — 4. dépenses concernant les produits informatiques :
$68,9 \times 0,031 = 2,1359$, c'est-à-dire 2135,9 millions d'euros
L'estimation est meilleure avec l'ajustement exponentiel.

Exercice 2 (5 points) obligatoire

Notons F "La réponse est celle d'une fille"

1. a. $B = (B \cap F) \cup (B \cap \bar{F})$

0,75

d'où $p(B) = p(B/F) \times p(F) + p(B/\bar{F}) \times p(\bar{F})$

$p(B) = 0,2 \times 0,6 + 0,15 \times 0,4$

$p(B) = 0,18$

b. De même

$p(A) = p(A/F) \times p(F) + p(A/\bar{F}) \times p(\bar{F})$

1

$= 0,65 \times 0,6 + 0,55 \times 0,4$

$p(A) = 0,61$

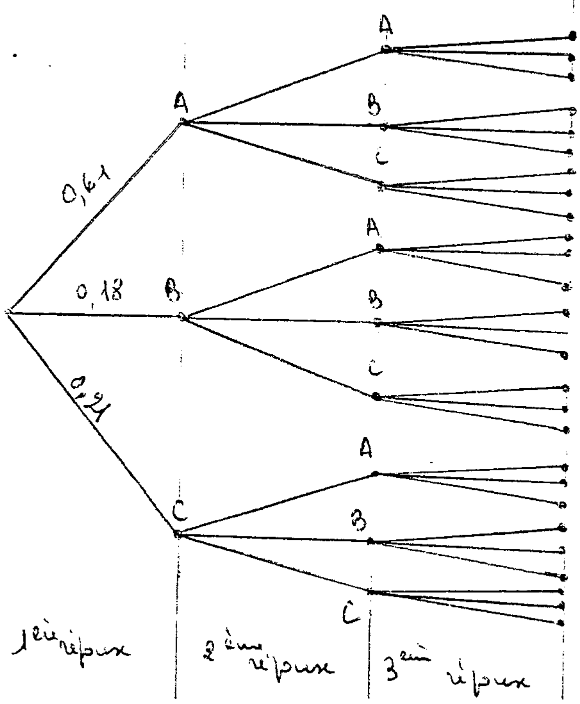
2. On cherche $p(F/B)$

1,25

On a : $\dfrac{p(F \cap B)}{p(B)} = \dfrac{0,2 \times 0,6}{0,18}$ d'où $p(F/B) = \dfrac{2}{3}$

3.

1,5



A - A - A
A - A - B
A - A - C
A - B - A

ou tout autre arbre comportant B et $\bar{B}$ et la méthode correspondante

Soit E "aucune des trois réponses n'est celle d'un jeune diplômé poursuivant ses études"

Donc $\bar{E}$ est l'événement "l'une au moins des réponses est celle d'un jeune diplômé poursuivant ses études"

Donc $p(\bar{E}) = 1 - p(E)$

avec $p(E) = (0,61)^3 + 3 \times (0,61)^2 \times 0,21 + 3 \times (0,61) \times (0,21)^2 + (0,2$

$p(E) \simeq 0,55$ donc $p(\bar{E}) \simeq 0,45$

0,5

4. $\bar{S} = 21 \times 0,05 + 24 \times 0,15 + \dots + 36 \times 0,2 + 39 \times 0,1$

$= 30,63$ soit 30630 euros

Exercice 2 (5 points) | spécialité

1. a. d'après l'énoncé

0,5 $p(A_{n+1}/A_n) = \frac{1}{5}$ et $p(A_{n+1}/B_n) = \frac{2}{5}$

b. * $p(A_{n+1} \cap A_n) = p(A_{n+1}/A_n) \times p(A_n) = \frac{1}{5} p_n$

de même $p(A_{n+1} \cap B_n) = \frac{2}{5} q_n$

1,5 * $p_{n+1} = p(A_{n+1})$

$= p(A_{n+1} \cap A_n) + p(A_{n+1} \cap B_n)$ car $A_n \cap B_n = \emptyset$

$= \frac{2}{5} - \frac{1}{5} p_n$

2. Pour tout n de $\mathbb{N}^*$, on a :

$u_{n+1} = p_{n+1} - \frac{1}{3} \dots = -\frac{1}{5} u_n$

1,5 Donc (u_n) est une suite géométrique de premier terme $u_1 = \frac{1}{6}$ et de raison $-\frac{1}{5}$.

3. . Pour tout n de $\mathbb{N}^*$ on a :

$u_n = u_1 \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} = \frac{1}{6} \left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1}$

et $p_n = \frac{1}{6}\left(-\frac{1}{5}\right)^{n-1} + \frac{1}{3}$.

1,5

- $\frac{1}{5} < 1$ donc $\lim_{n \to +\infty} \left(\frac{1}{5}\right)^{n-1} = 0$

donc $\lim_{n \to +\infty} p_n = \frac{1}{3}$

Problème (10 points)

Partie A (4 points)

0,5 — 1. a. $\lim\limits_{+\infty} f = +\infty$

b. $f'(x) = \dots = x(x-1)\,e^{x}$

1,75

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	$e-4$	$\nearrow$	$+\infty$

1,25 — 2. sur $[0,1]$ on a : $f(x) \leqslant -1$ donc f ne peut pas s'annuler

sur $[1,+\infty[$ f est dérivable et strictement croissante

$f(1) < 0$ et $f(2) > 0$ car $f(2) \approx 3,39$

Donc l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique x_0, avec $x_0 \in \,]1,2[$.

x_0 : valeur arrondie à 10^{-3} $1,646$

0,5 — 3. Des questions précédentes, on déduit :

pour tout x de $[0, x_0]$ $f(x) \leqslant 0$

pour tout x de $]x_0, +\infty[$ $f(x) > 0$

Partie B (2,5 points)

1,5 — 1. $C'_m(x) = \dots = \dfrac{(x^2 - 2x + 3)e^x - 4}{x^2} = \dfrac{f(x)}{x^2}$

d'où C_m strictement décroissante sur $]0, x_0]$ et strictement croissante sur $[x_0, 3]$.

1 — 2. L'entreprise a un coût moyen minimum pour x_0 tonnes de produit fabriqué, c'est-à-dire 1,646 tonnes

On a : $C_m(x_0) = 1,164$ arrondi à 10^{-3} dont un coût moyen de 1,164 centaines de milliers d'euros soit 116 000 euros.

Partie C (3,5 points)

1 — 1. a. $B(x) = 3x - C_T(x) = \dots = (3-x)e^x - 4$

1 — b. $B'(x) = (2-x)e^x$

Donc $B'(x)$ est du signe de $2-x$

D'où B est strictement croissante sur $[0, 2]$ et strictement décroissante sur $[2, 3]$.
Le bénéfice est maximum pour une production de 2 tonnes de produit.

1 2. a.

b. L'entreprise réalise un gain lorsque l'on a :
0,5 $B(x) > 0$, c'est-à-dire lorsque $x \in]x_1, x_2[$
avec $x_1 \approx 0,5$ et $x_2 \approx 2,7$.