

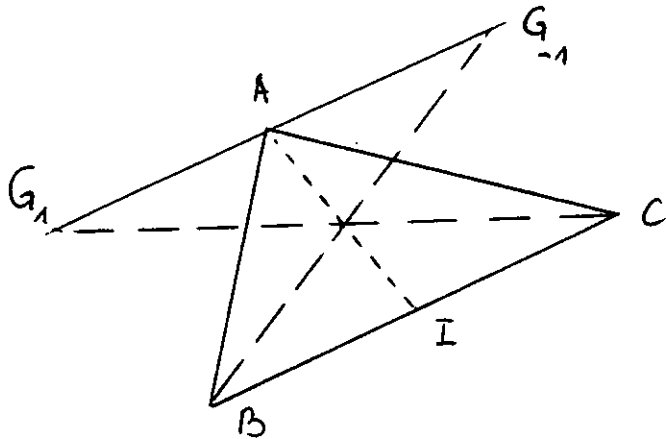
# CORRIGE

**Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.**

ÉLÉMENTS DE CORRECTION  
BARÈME PROPOSÉ

N.B. Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles s'appliquent à son contenu.

Exercice I



6 points

Figure 0,25

Egalités 0,75  
(0,5 si une seule)

1. On trouve  $\vec{AG}_1 = \vec{CI}$ ,  $\vec{AG}_{-1} = \vec{BI}$

2. a.  $\vec{AG}_k = -\frac{k}{k^2+1} \vec{BC}$  résulte de la définition du barycentre (qui existe)

0,5

b.

$x$	-1	1
$f(x)$	0	0
$\beta$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

On trouve  $f'(x) = \frac{x^2-1}{x^2+1}$

0,5

c. Pour tout  $k$  élément de  $[-1,1]$ ,  $G_k$  appartient au segment  $[G_{-1}, G_1]$ . Réciproquement ( $f$  est une bijection) tout point de  $[G_{-1}, G_1]$  est un  $G_k$ .

0,75

3.  $E$  est le plan médiateur de  $[G_{-1}, G_1]$ . L'égalité qui le définit se réduit en effet à

$$\|\vec{MG}_1\| = \|\vec{MG}_{-1}\|$$

Réduction 0,5

Explicitation de  $E$  0,5

ÉLÉMENTS DE CORRECTION  
BARÈME PROPOSÉ

N.B. Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles s'appliquent à son contenu.

4. L'égalité qui définit  $F$  se réduit à

$$\|\vec{MG}_1\| = \|\vec{AI}\|$$

$F$  est la sphère de centre  $G_1$  de rayon  $AI$ .

5. a.  $G_1$  est le point  $O$ , origine du repère.  
 $G_1$  a pour coordonnées  $(0, 0, 4)$ .

Le rayon de la sphère  $F$  est  $AI = \sqrt{6}$ .

La distance de son centre  $G_1$  au plan  $E$  est 2.

Ces ensembles sont donc sécants.

b. Dans ce cas, l'intersection d'une sphère et d'un plan est un cercle, de rayon

$$r = \sqrt{6 - 4} = \sqrt{2}$$

Réduction 0,5

Explicitation de  $F$  0,5

Coordonnées 0,25

Intersection non vide 0,5

Cercle 0,25

rayon 0,25

ÉLÉMENTS DE CORRECTION  
BARÈME PROPOSÉ

N.B. Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles s'appliquent à son contenu.

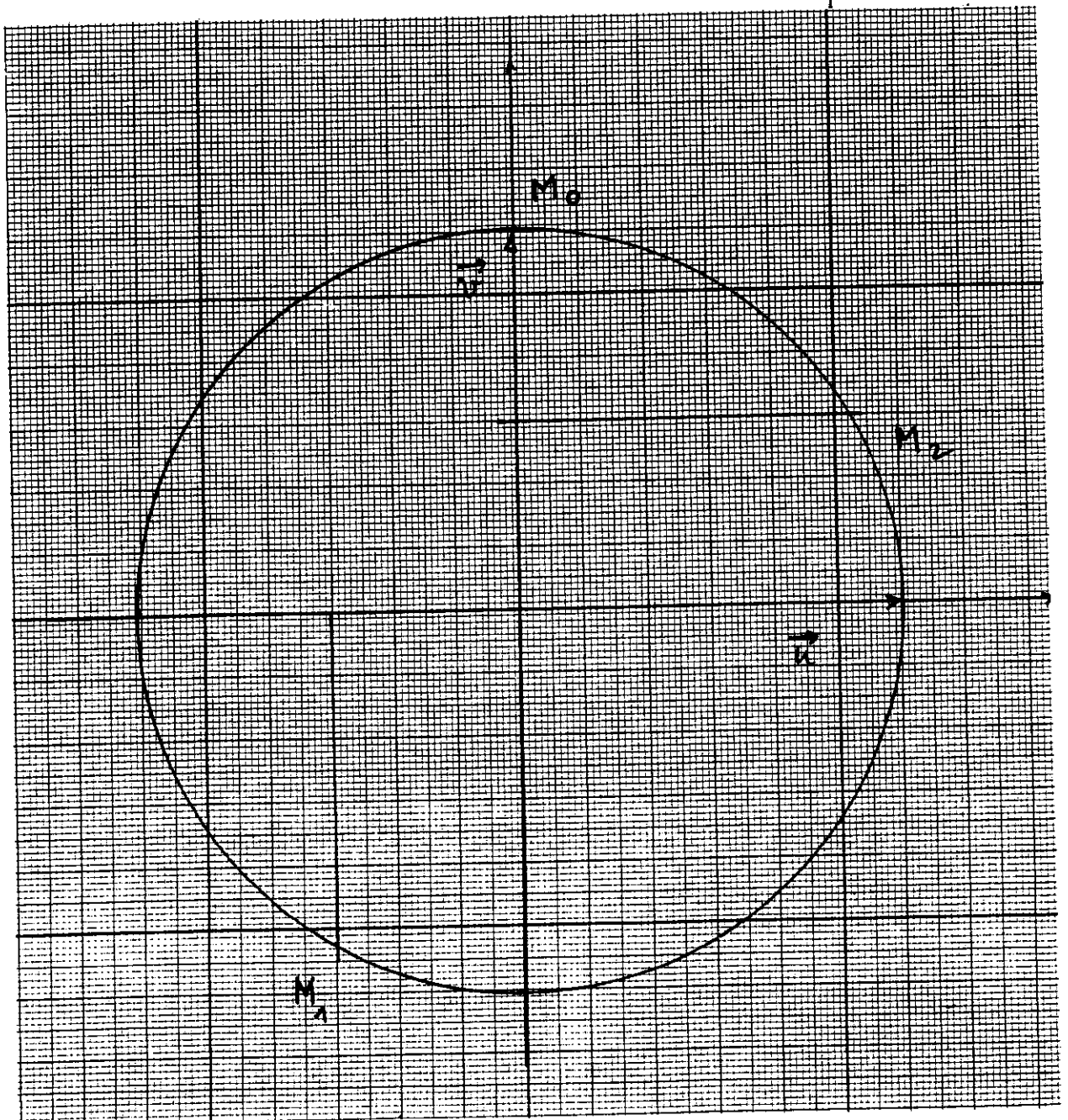
Exercice II

5 points

- |   |                       |
|---|-----------------------|
| 1. $f$ est la rotation de centre $O$ dont l'angle a pour mesure $\frac{5\pi}{6}$ (dans le sens direct). | 0,25                  |
| Figure  | 0,5                   |
| 2. Réurrence (on pourrait admettre l'allusion à une suite géométrique à termes ... complexes)           | 0,75 (à bien rédiger) |
| 3. Transformation du modulo $2\pi$ en   | 0,5                   |
| "il existe un entier $k$ tel que $5(n-p) = 12k$ "   | 0,75                  |
| $12$ premier avec $5$ . Conclusion.   |                       |
| 4. a. Les solutions de $E$ sont les couples $(x, y)$ pour lesquels existe un entier $k$ tel que         | 1,25                  |
| $x = 4 + 5k$ et $y = 9 + 12k$   |                       |
| b. le reste d'un tel $n$ dans la division par $12$ est $9$ (et réciproquement).                         | 1                     |

ÉLÉMENTS DE CORRECTION  
BARÈME PROPOSÉ

N.B. Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles s'appliquent à son contenu.

EXERCICE II (figure)

ÉLÉMENTS DE CORRECTION  
BARÈME PROPOSÉ

N.B. Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles s'appliquent à son contenu.

2. a. Passage de  $-x' = \ln(\sqrt{1+y'} - 1)$   
à  $y' = e^{-2x'} + 2e^{-x'}$  0,75  
(arguments: fonctions, exp., ln, signe)

b. Placer  $\Gamma$  et  $A', B', P'$  (figure) 0,75

C. CALCULS D'INTÉGRALES

1.  $J = \frac{11}{8}$  Interprétation comme aire. 1 + 0,25

2. a. Image par une rotation (dire quelle image et quelle rotation) 0,5

b.  $\mathcal{A}$  et  $\mathcal{I}$  sont les aires de domaines dont la "différence" est un rectangle. 0,5

$$I = \frac{11}{8} - \frac{5}{4} \ln 2$$
 0,25

ÉLÉMENTS DE CORRECTION  
BARÈME PROPOSÉ

N.B. Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles s'appliquent à son contenu.

Problème

9 points

A. ETUDE D'UNE FONCTION  $f$

1.  $\lim_{0} f = -\infty$  ,  $\lim_{+\infty} f = +\infty$  (argumentées) 0,5 + 0,5

2. Dérivabilité, dérivation  $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1+x}(\sqrt{1+x}-1)}$ , } 1  
sens de variation de  $f$  (croissante)

3.  $f(3) = 0$       $f\left(\frac{5}{4}\right) = -\ln 2$  0,25 + 0,25  
d'où les coordonnées de B, P, H. .... 0,25

Combe  $\mathcal{C}$  et points A, B, P, H ..... 1,25

B. UTILISATION D'UNE ROTATION

1. a.  $\begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases}$       $\begin{cases} x = y' \\ y = -x' \end{cases}$  0,5

b. A'(0, 3)     B'(ln 2,  $\frac{5}{4}$ )     P'(0,  $\frac{5}{4}$ ) 0,5

## ÉLÉMENTS DE CORRECTION

## BARÈME PROPOSÉ

N.B. Il est rappelé que ce document est à l'usage exclusif des jurys. Les règles de confidentialité habituelles s'appliquent à son contenu.

PROBLEME (figure)

